

Travail et énergie cinétique

I-Énergie cinétique :

1) Énergie cinétique d'un corps solide en translation :

L'énergie cinétique d'un corps solide de masse m et de vitesse v en mouvement de translation est donnée par la relation suivante:

$$E_c = \frac{1}{2} . m v^2$$

E_c : énergie cinétique en (J)
 m : masse du corps en (kg)
 v : vitesse du corps en (m/s)

2) Énergie cinétique d'un corps solide en rotation :

On considère un corps solide en rotation autour d'un axe fixe avec une vitesse angulaire ω , donc tous ses points sont en rotation avec la même vitesse angulaire et chaque point a sa vitesse linéaire $v_i = r_i . \omega_i$.

L'énergie cinétique de l'ensemble de tous les points matériels du corps est donnée par la relation suivante:

$$E_c = \sum E_{ci}$$

$$\dots = E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} + \dots + E_{cn}$$

$$\dots = \frac{1}{2} . m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} . m_2 v_2^2 + \frac{1}{2} . m_3 v_3^2 + \dots + \frac{1}{2} . m_n v_n^2$$

$$\dots = \frac{1}{2} . m_1 (r_1 . \omega)^2 + \frac{1}{2} . m_2 (r_2 . \omega)^2 + \frac{1}{2} . m_3 (r_3 . \omega)^2 + \dots + \frac{1}{2} . m_n (r_n . \omega)^2$$

$$= \frac{1}{2} . \omega^2 [m_1 . r_1^2 + m_2 . r_2^2 + m_3 . r_3^2 + \dots + m_n . r_n^2]$$

$$= \frac{1}{2} . \omega^2 \sum_{i=1}^{i=n} m_i . r_i^2$$

En posant : $J_\Delta = \sum m_i . r_i^2$ en (kg.m²)

J_Δ : Moment d'inertie du corps solide par rapport à l'axe Δ

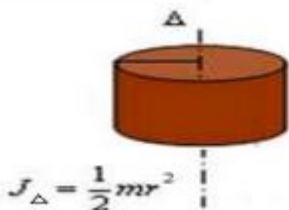
Par conséquent : l'énergie cinétique d'un corps solide en rotation autour d'un axe Δ est donnée par la relation:

$$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$$

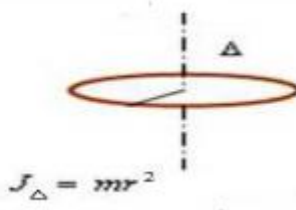
E_c : énergie cinétique d'un corps en mvt de rotation en (J).
 J_Δ : moment d'inertie du corps solide en (kg.m²)
 ω : vitesse angulaire en (rad/s)

Moment d'inertie de quelques corps solide:

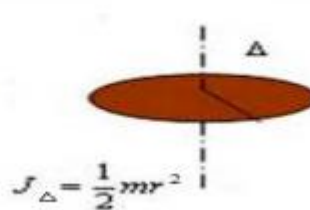
le cylindre



l'anneau



le disque



II-Théorème de l'énergie cinétique :

1) Activité expérimentale:

On libère un autoporteur de masse $m=700g$ du haut d'une table à coussin d'air inclinée d'un angle $\alpha = 10^\circ$ par rapport à l'horizontale sans vitesse initiale, il glisse sans frottement. On enregistre pendant des intervalles de temps successifs et égaux les positions de son centre d'inertie G et on obtient l'enregistrement suivant:

sens du mvt
→

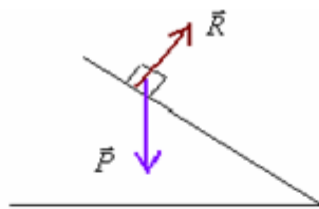


$$G_6 G_7 = 39 \text{ mm} \cdot G_5 G_6 = 33 \text{ mm} \cdot G_4 G_5 = 27 \text{ mm} \cdot G_3 G_4 = 21 \text{ mm} \cdot G_2 G_3 = 15 \text{ mm} \cdot G_1 G_2 = 9 \text{ mm} \cdot G_0 G_1 = 3 \text{ mm}$$

- 1) Donner le bilan des forces qui s'exercent sur l'autoporteur puis représenter les (sans échelle).
- 2) Donner l'expression du travail de chacune des forces qui s'exerce sur l'autoporteur entre G_1 et G_5 puis calculer la somme des travaux des forces entre ces deux points.
- 3) Calculer l'énergie cinétique de l'autoporteur dans chacune des positions G_3 et G_5 .
- 4) Calculer la variation de l'énergie cinétique : $\Delta E_c = E_{c5} - E_{c3}$
- 5) Comparer la somme des travaux des forces, quelle est votre conclusion? On prend $g=9,8N/kg$.

.....réponses.....

1) \vec{P}
 \vec{R}



2) $WR_{G_3 \rightarrow G_5}^{\vec{R}} = 0$ $\implies \Sigma W\vec{F}_{G_3 \rightarrow G_5} = W\vec{P}_{G_3 \rightarrow G_5} + W\vec{R}_{G_3 \rightarrow G_5} = 0,057 J$
 $W\vec{P}_{G_3 \rightarrow G_5} = m \cdot g \cdot G_3 G_5 \sin \alpha = 0,7 \times 9,8 \times 48 \times 10^{-3} \sin 10 = 0,057 J$

3) $v_5 = \frac{G_4 G_6}{2r} = \frac{60 \cdot 10^{-3}}{2 \times 60 \times 10^{-3}} = 0,5 m/s \implies E_{c_5} = \frac{1}{2} m \cdot v_5^2 = \frac{1}{2} \times 0,7 \times 0,5^2 = 0,0875 J$
 $v_3 = \frac{G_2 G_4}{2r} = \frac{36 \cdot 10^{-3}}{2 \times 60 \times 10^{-3}} = 0,3 m/s \implies E_{c_3} = \frac{1}{2} m \cdot v_3^2 = \frac{1}{2} \times 0,7 \times 0,3^2 = 0,0315 J$

4) $\Delta E_c = E_{c_5} - E_{c_3} = 0,0875 - 0,0315 = 0,056 J$

5) $\Delta E_c \approx \Sigma W\vec{F}$

1) Enoncé du théorème de l'énergie cinétique:

Dans un repère **Galiléen**, la variation de l'énergie cinétique d'un corps solide (en mouvement translation ou en mouvement de rotation autour d'un axe fixe), entre deux instants, est égale à la somme des travaux des forces qui s'exercent sur ce corps entre ces deux instants.

$$\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$$

$$\Delta E_c = E_{c_f} - E_{c_i}$$

Pour les mouvements de translation : $\Delta E_c = \frac{1}{2} m \cdot v_f^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_i^2$

Pour les mouvements de rotation : $\Delta E_c = \frac{1}{2} J_s \cdot \omega_f^2 - \frac{1}{2} J_s \cdot \omega_i^2$

2) Activité expérimentale:

(vérification de la relation $\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$)

On lâche une bille, sans vitesse initiale, d'un point O situé à une altitude H devant un capteur qui permet de calculer la vitesse de la bille au moment de son passage devant le capteur durant la chute.

On fait varier à des instants différents la position du capteur H et on mesure la vitesse V en considérant l'instant de départ de la bille du point O comme origine des temps.

Le tableau suivant représente les résultats obtenus:

$(m^2/s^2) V^2$	vitesse V (m/s)	l'instant t en (s)	altitude H en (m)
	1,40	142,85	0,1
	1,98	202,04	0,2
	2,80	285,71	0,4
	3,43	350,00	0,6
	3,96	404,08	0,8
	4,42	451,02	1

1) Compléter le remplissage du tableau.

2) Tracer la courbe qui représente la variation de V^2 en fonction de H. puis déterminer graphiquement la valeur du coefficient directeur de la droite qui représente $V^2=f(H)$, quelle est son unité.? Faites votre conclusion.

On donne : $g=9,8 N/kg$.

3) a) Donner l'expression du travail du poids de la bille lors de sa chute de l'altitude H.

b) calculer sa valeur sachant que la masse de la bille est $m=100g$ et $H=0,1m$.

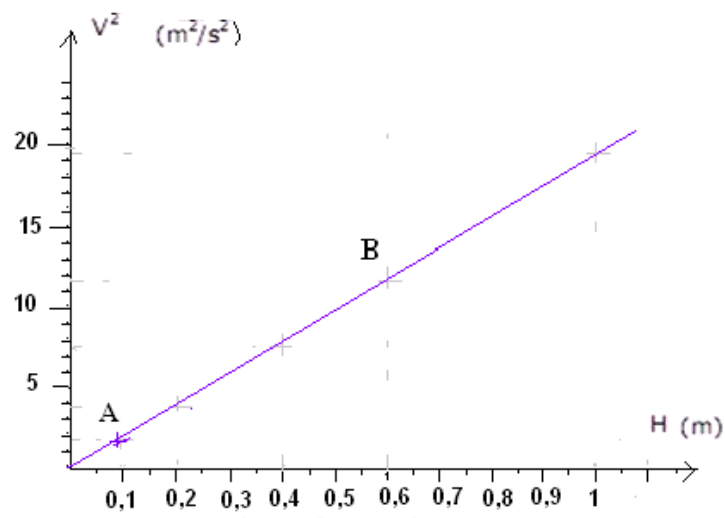
4) Comparer le résultat de 3)b) avec la valeur de : $\frac{1}{2} m \cdot V^2$, donner votre conclusion.

-----réponses-----

1)

$(\text{m}^2/\text{s}^2) V^2$	الارتفاع H (m)
1,96	0,1
3,9	0,2
7,84	0,4
11,76	0,6
15,68	0,8
19,53	1

2)



$$k = \frac{\Delta V^2}{\Delta H} = \frac{(V^2)_B - (V^2)_A}{(H)_B - (H)_A} = \frac{11,76 - 1,96}{0,6 - 0,1} = 19,6 = 2 \times g \quad (g = 9,8)$$

L'unité de k est : (N/kg) \Rightarrow

Donc : $V^2 = 2.g.H$

En multipliant les deux membres de cette égalité par $\frac{m}{2}$, elle devient: $\frac{1}{2}.m.V^2 = m.g.H$ Le 1^{er} membre représente la variation de l'énergie cinétique et le 2^{ème} membre représente la somme des travaux des forces appliquées sur la bille.

Par conséquent : $\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$

3) $W\vec{P} = m.g.H = 0,1 \times 9,8 \times 0,1 = 0,098 J$

$$\frac{1}{2}.m.V^2 = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 1,96 = 0,098 J \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{2}.m.V^2 = m.g.H$$

d'où $\Delta E_c = \Sigma W\vec{F}$

..... SBIRO Abdelkrim