

Savoirs – savoirs faire

- Connaître et utiliser le principe d'inertie ;
- Connaître un corps pseudo-isolé, et un corps isolé mécaniquement.
- Exploitation d'un enregistrement pour identifier le centre d'inertie ;
- Connaître position du centre d'inertie de quelques corps homogènes de formes géométries simples.
- Connaître de la relation du barycentre et l'appliquer pour identifier le centre d'inertie d'un système des corps solides.

Exemples d'activités

- Réalisation des expériences pour montrer :
 - L'effet d'un aimant sur une bille d'acier en mouvement ;
 - Le changement de la trajectoire d'une bille lorsqu'elle heurte un obstacle ;
 - L'existence des forces entre des corps chargés ;
- Vérification expérimentale du principe d'inertie
- Réalisation d'une expérience pour mettre en évidence le centre d'inertie, le mouvement global et le mouvement propre.
- Réalisation d'une expérience pour identifier le barycentre de deux points équilibrés.

Eléments du programme

- I. Effet d'une force sur le mouvement d'un corps**
- II. Centre d'inertie d'un corps**
 - 1- Définitions
 - 2- Centre d'inertie d'un solide
 - a- Activité 1
 - b- Activité 2
 - c- Conclusion
 - 3- Enoncé de la loi d'inertie
- III. le centre d'inertie d'un système**
- IV. Relation barycentrique**
- V. Centre d'inertie d'un système déformable**
 - a-Activité 3
 - b- conclusion
 - Exercices de synthèse

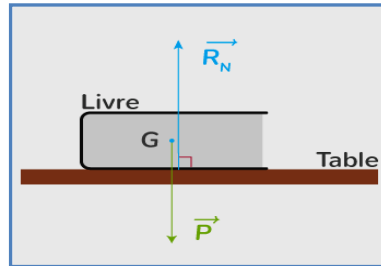
Durée : Cour (4h) – Exercices (1h)

I. Effet d'une force sur le mouvement d'un corps :

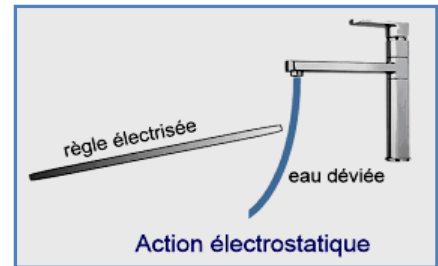
➤ Exemples :



Doc1



Doc2



Doc3

- Une force qui s'exerce sur un corps peut le mettre en mouvement(Doc1), modifier sa trajectoire (Doc3), le mettre en équilibre (au repos)(Doc2) ,modifier sa trajectoire , modifier sa vitesse.

II. Centre d'inertie d'un corps :

1- Définitions :

- **Système isolé** : Un système est mécaniquement isolé s'il n'est soumis à aucune force. Ce genre de système n'existe pas en pratique (il y a toujours le poids du système et des frottements).
- **Système pseudo-isolé** : Un système est pseudo-isolé si les effets des forces extérieures auxquelles il est soumis se compensent : $\sum_{i=1}^n \vec{F}_{ext} = \vec{0}$.

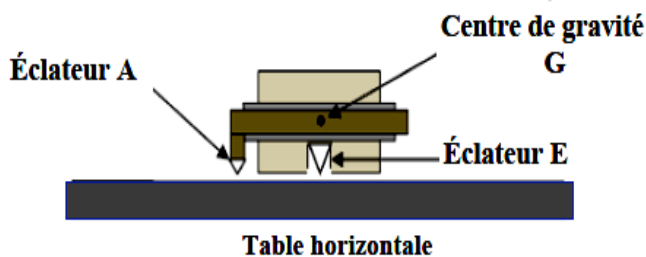
➤ Exemple :

un livre sur une table (Doc2) : la force de réaction de la table sur le livre compense le poids du livre.

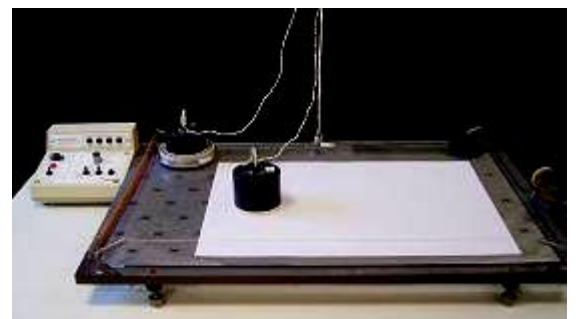
2- Centre d'inertie d'un solide :

a- Activité 1 :

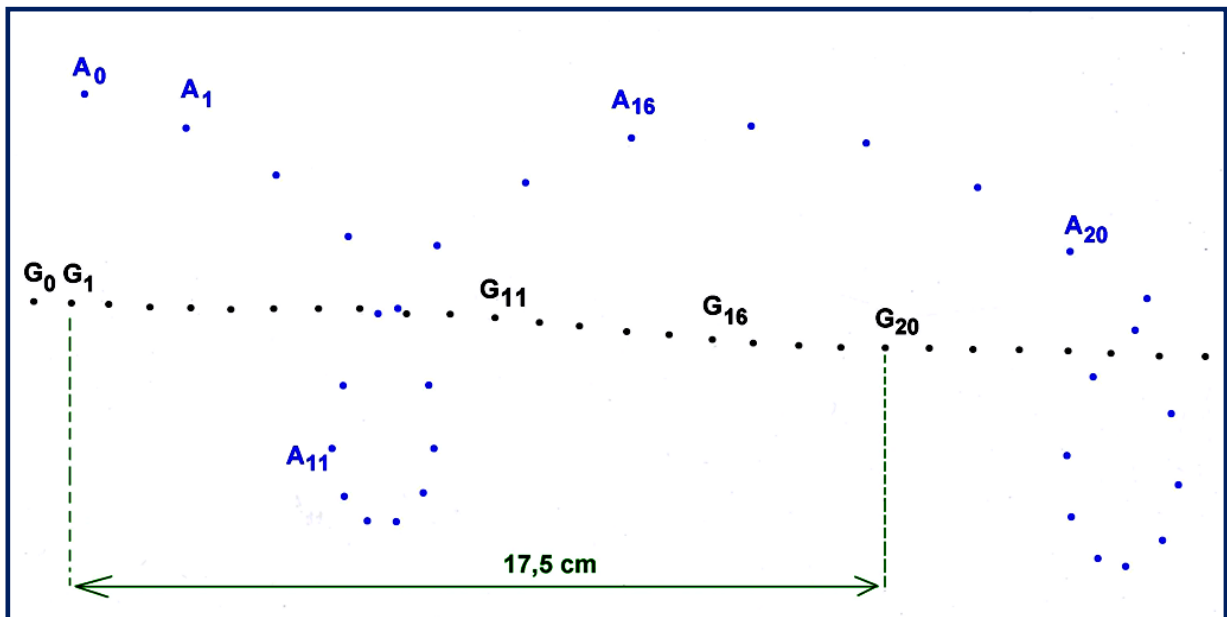
Sur la table à coussin d'air horizontale, On lance un autoporteur menu de deux éclateurs, **E** sur le centre de son base et **A** à sa périphérie, en le faisant tourner sur lui même. On enregistre ces deux positions pendant des intervalles de temps successifs et égaux $\tau = 40ms$.
on obtient l'enregistrement ci-dessous figure(3):



Figure(1)



Figure(2)



Figure(3)

b- Exploitation :

Questions:

- 1- Faire un bilan des forces qui s'exercent sur le mobile autoporteur dans le référentiel terrestre.
- 2- En l'absence de frottements, quelle relation vectorielle y'a-elle entre les deux forces exercées au mobile autoporteur ?
- 3- Quelle est la nature du mouvement de l'éclateur E (et donc du centre G) ? justifier.
- 4- Que peut on dire de la vitesse de l'éclateur E(et donc du centre G) ?
- 5- Quelle est la nature du mouvement du mobile autoporteur A ? justifier.
- 6- Conclure.

Réponse :

- Le mobile autoporteur est soumis à deux forces : son poids \vec{P} et la réaction \vec{R} du plan de la table.

- En l'absence du frottements on a :

$$\vec{R} = \vec{R}_N \text{ et } \vec{R}_T = \vec{0} \text{ (force de frottement)}$$

Donc La somme de ces forces est un vecteur nul car elles ont mêmes

direction , de sens opposés et de même intensité. $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ On dit que le système est **pseudo-isolé**

- On constate que :

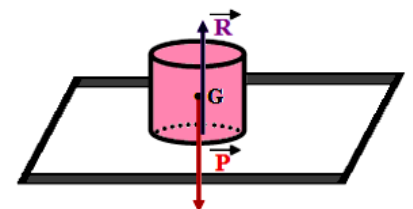
- La trajectoire du **A** est curviligne tandis que la trajectoire du **E** et donc du point **G** est rectiligne.
- Le mouvement de **G** est rectiligne uniforme : trajectoire rectiligne et les distances parcourues pendant les mêmes intervalles du temps sont équidistantes.

Donc $\vec{v}_G = \underline{\text{Constante}}$.

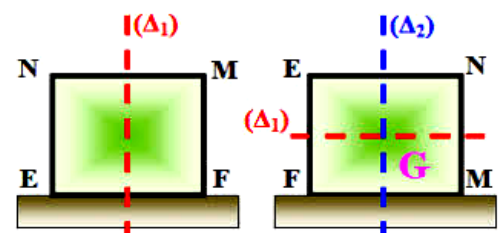
c- **Activité 2 :**

Supposons qu'un mobile autoporteur pouvant se déplacer sur ces différentes faces sur une table horizontale.

- Lorsque le mobile autoporteur se déplace sur la face EF, le mouvement des points de l'axe de symétrie verticale (Δ_1) est rectiligne uniforme



figure(4)

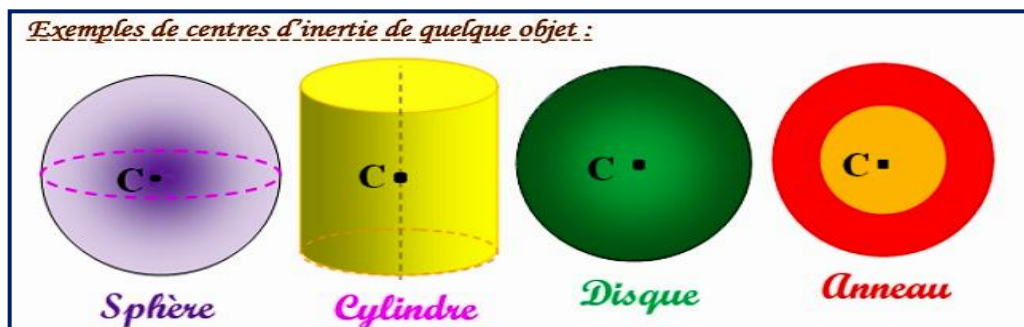


figure(5)

- lorsque l'autoporteur se déplace sur la face FM, le mouvement des points de l'axe de symétrie verticale (Δ_2).
- Que remarquez-vous ?
- On remarque que le **point d'intersection** des axes (Δ_1) et (Δ_2) est le seul point dont le mouvement est toujours **rectiligne uniforme** quelle que soit la face sur laquelle se déplace le mobile autoporteur.

d- Conclusion :

- ✚ Chaque corps solide a un point spécial et unique appelé centre d'inertie du corps solide et noté **G** qui se distingue aux autres points par un mouvement spécial
- ✚ Lorsque ce corps est pseudo-isolé mécaniquement pour un référentiel terrestre, leur centre d'inertie **G** est en mouvement rectiligne uniforme.
- ✚ Le centre d'inertie est confondu avec le centre de gravité si le solide est homogène.



Figure(6)

3- Enoncé de la loi d'inertie :

« Un système persévère dans son état de repos ou du mouvement rectiligne uniforme si les forces qui s'exercent sur lui se compensent ou sont nulles. »

On peut aussi écrire :

Dans un référentiel galiléen, le centre d'inertie **G** d'un système isolé ou pseudo-isolé est :

- ✚ Soit immobile $\vec{v}_G = \vec{0}$.
- ✚ Soit en mouvement rectiligne uniforme $\vec{v}_G = \overrightarrow{\text{Constante}} \neq \vec{0}$.

REMARQUE :

- Le principe d'inertie n'est vrai que dans des référentiels particuliers appelé référentiels galiléens.
- Dans un référentiel galiléen, tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à celui ci est galiléen.
- Les référentiels terrestres sont considérés comme galiléens pour les mouvements de courtes durées.

III. le centre d'inertie d'un système :

Pour un solide homogène, Le centre d'inertie **C** est confondu avec le centre de gravité **G**.

Considérons un ensemble des points matériels **A_i**, de masse **m_i**. Leur centre d'inertie **G** est donné par la relation suivante :

$$\sum_i m_i \overrightarrow{GA}_i = \vec{0} \Leftrightarrow m_1 \overrightarrow{GA}_1 + \dots + m_n \overrightarrow{GA}_n = \vec{0}$$

IV. Relation barycentrique :

Dans un repère (O, x, y, z), le centre d'inertie **G** d'un système quelconque constitué par plusieurs solides de centre d'inertie (**G₁, G₂, ..., G_n**) et de masse respectivement (**m₁, m₂, ..., m_n**) est donné par la relation barycentrique suivante :

$$\left(\sum_i m_i\right) \times \overrightarrow{OG} = \sum_i m_i \overrightarrow{OG_i} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{\sum_i m_i \overrightarrow{OG_i}}{\sum_i m_i}$$

Remarque: dans le repère (O,x,y,z) on a :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^n \overrightarrow{OG_i} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \quad \left\{ \begin{array}{l} x_G = \frac{\sum_{i=1}^n x_{G_i} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ y_G = \frac{\sum_{i=1}^n y_{G_i} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \\ z_G = \frac{\sum_{i=1}^n z_{G_i} \cdot m_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \end{array} \right.$$

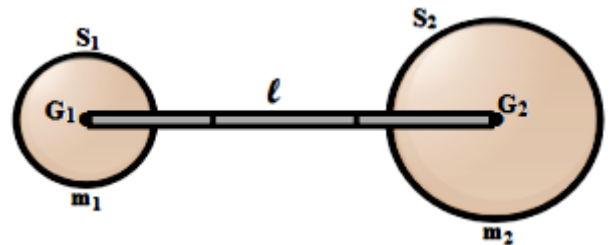
Exercice d'application :

On considère deux solides S_1 et S_2 de masse

$m_1 = 100g$ et $m_2 = 300g$ et du centre d'inertie

G_1 et G_2 . Le système formé par ces deux solides est rigidement liés par une barre de masse négligeable, à

pour centre d'inertie le point G appartenant au segment rectiligne G_1G_2 , tel que $G_1G_2 = l = 20cm$.



Exprimer puis calculer la position du centre d'inertie G de ce système ($S_1 + S_2$) par rapport au centre G_1 ?

Correction :

on applique la relation barycentrique pour les deux solides S_1 et S_2 :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \overrightarrow{OG_1} + m_2 \overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2}$$

On prend $O \leftrightarrow G_1$

$$\overrightarrow{OG} = \frac{m_1 \overrightarrow{OO} + m_2 \overrightarrow{OG_2}}{m_1 + m_2} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m_2 \overrightarrow{G_1G_2}}{m_1 + m_2}$$

et puisque $m_2 = 3m_1$ on a : $\overrightarrow{OG} = \frac{3m_1 \overrightarrow{OG_2}}{4m_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{G_1G} = \overrightarrow{OG} = \frac{3\overrightarrow{OG_2}}{4}$

$$OG = \frac{3 \cdot l}{4} = \frac{3 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{4} = 15cm$$

C'est-à-dire que le centre d'inertie se trouve à une distance de 10cm du centre d'inertie du solide S_1

V. Centre d'inertie d'un système déformable

a- Activité 3 :

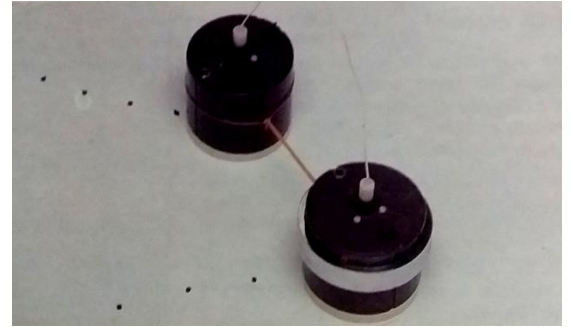
Deux mobiles autoporteurs S_A et S_B de masses respectives m_A et m_B , reliés par un fil élastique, sont lancés sur la table horizontale et fixe dans le laboratoire (figure 7)

Exploitation :

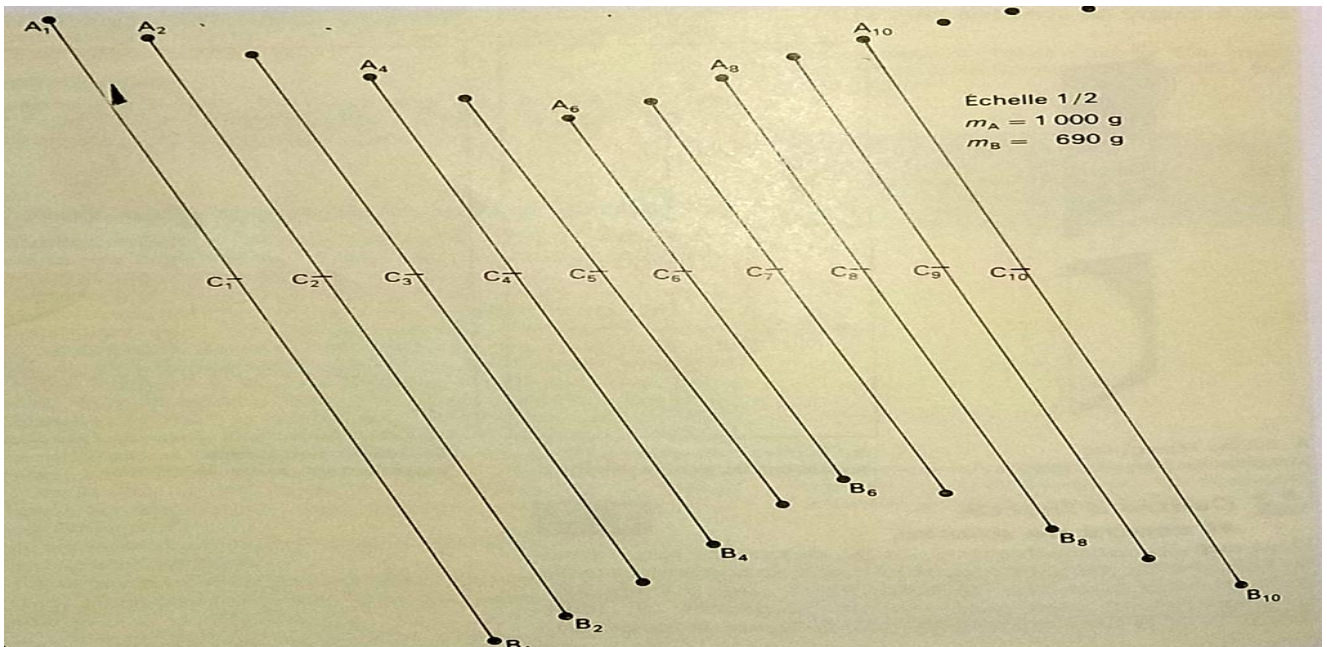
- 2) Sachant que le contact entre le système $\{S_A, S_B\}$ et surface de la table se fait sans frottement, montrer que ce système est pseudo-isolé mécaniquement.
- 3) En utilisant la relation barycentrique, montrer que le centre de masse du système a comme expression :

$$\vec{CB} = \frac{m_A}{m_A + m_B} \vec{AB}$$

- 4) Pour chacune des positions du système, mesurer $A_i B_i$ et calculer $C_i B_i$ et placer le point du centre C_i sur l'enregistrement de la figure (8).
- 5) Quelle est la nature de mouvement du système $\{S_A, S_B\}$



(figure 7)



Figure(8)

Le centre de masse (d'inertie) du système est le barycentre des points A et B affectés respectivement des masses m_A et m_B :

$$\text{On a } m_A \vec{CA} + m_B \vec{CB} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \vec{CA} = \vec{BA} - \vec{BC} \Rightarrow m_A (\vec{BA} - \vec{BC}) + m_B \vec{CB} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow m_A \vec{BA} + (m_A + m_B) \vec{CB} = \vec{0}$$

$$\text{Donc : } \vec{CB} = \frac{m_A}{m_A + m_B} \vec{AB}$$

Nous observons que, aux erreurs expérimentales près, les positions C_i sont alignées et équidistantes. Donc le centre de masse du système est rectiligne uniforme.

\Rightarrow **le centre de masse d'un système et aussi son centre d'inertie**

